

Hydraulics

3rd Year civil

First Term (2009 - 2010)

Chapter (   )

2009 - 2010

بسم الله الرحمن الرحيم

Dimensional Analysis التحليل البعدى

هى طريقه تستخدم للربط بين المتغيرات المختلفه التى تتحكم فى ظاهره معينه.

مميزات التحليل البعدى :

١- تقليل عدد المتغيرات المدروسة بربط بعضها ببعض.
٢- تعطى تصور مبدئى للعلاقات بين المتغيرات.
٣- تسهيل الحل العملى.
٤- إعطاء حلول ومعادلات تقريبيه صحيحه.

عيوب التحليل البعدى :

١- اختيار متغيرات غير صحيحه يؤثر بصوره كبيره على التطبيق العملى.

٢- تعطى العلاقه بين المتغيرات دون أن تحدد نوع هذه العلاقه.

Methods of dimension analysis :

1- Buckingham method (π - method)
2- ReyLeigh's method.
3- Matrix method.
4- simple method.
5- By visual inspection.
6- Rearrangement of variables.

Types of equations : أنواع المعادلات

Homogenous equation:

هى المعادلات التى يكون فيها ابعاد الطرف الأيمن هى نفسها أبعاد الطرف الايسر من المعادلة.

$$Q = A \times V$$

$$L^3 . T^{-1} = L^2 \times L . T^{-1}$$

$$L^3 . T^{-1} = L^3 . T^{-1}$$

non-homogenous equation:

هى المعادلات التى تكون فيها ابعاد الطرف الايمن مختلفه عن ابعاد الطرف الايسر .

$$* \quad Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} \cdot S^{1/2}$$

$$L^3 \cdot T^{-1} = \frac{1}{n} \cdot \frac{(L^2)^{5/3}}{(L)^{2/3}} \cdot \left(\frac{L}{L}\right)^{1/2}$$

$$L^3 \cdot T^{-1} = \frac{1}{n} \quad \frac{L^{10/3}}{L^{2/3}}$$

$$L^3 \cdot T^{-1} = \frac{1}{n} \cdot L^{8/3}$$

$$* \quad V = C\sqrt{R \cdot S}$$

$$L \cdot T^{-1} = C \sqrt{\frac{A}{P} \times S}$$

$$= C \sqrt{\frac{L^2}{L} \times \frac{L}{L}}$$

$$L \cdot T^{-1} = C \times L^{1/2}$$

Types of Variables: أنواع المتغيرات

(1) Geometric Variables متغيرات هندسية

وهي المتغيرات التي تعتمد على البعد (L) فقط مثل

الأطوال = L ، المساحات = L^2

الحجوم = L^3 وهكذا

(2) Kinematic Variables

وهي المتغيرات التي تعتمد على البعدين (L , T) مثل

السرعة = $L.T^{-1}$ ، العجلة = $L.T^{-2}$

(3) Dynamic Variables:

وهي المتغيرات التي تعتمد على الابعاد ($F.L.T$) مثل

الضغط = $F.L^{-2}$ ، القوة = F

التوتر السطحي = $F.L^{-1}$ ، الكثافة = $F.T^2.L^{-4}$

Dimensions of Common properties

Term	Symbol	Dimension	
		M.L.T	F.L.T
Geometric property			
- Length	L	L	L
- Area	A	L^2	L^2
- Volum	$\forall$	L^3	L^3
Kinematic property			
- Time	t	T	T
- Velocity	v	$L.T^{-1}$	$L.T^{-1}$
- acceleration	a, g	$L.T^{-2}$	$L.T^{-2}$
- angular velocity	ω	T^{-1}	T^{-1}
- " acc.	α	T^{-2}	T^{-2}
- Kinematic viscosity	ν نيو	$L^2.T^{-1}$	$L^2.T^{-1}$
- Discharge	Q	$L^3.T^{-1}$	$L^3.T^{-1}$
Dynamic property			
- Mass	m	M	$F.T^2.L^{-1}$
- Force	F	$M.L.T^{-2}$	F
- Density	ρ	$M.L^{-3}$	$F.T^2.L^{-4}$
- specific weight	γ	$M.L^{-2}.T^{-2}$	$F.L^{-3}$
- surface tension	σ	$M.T^{-2}$	$F.L^{-1}$
- pressure	P	$M.L^{-1}.T^{-2}$	$F.L^{-2}$
- Momentum	M	$M.L.T^{-1}$	$F.T$
- dynamic viscosity	μ ميو	$M.L^{-1}.T^{-1}$	$F.T.L^{-2}$

Buckingham Method (π-method)

- find the inter relations between the following Variables

$$\Delta P = f(L, V, D, \mu, \rho, k)$$

where :

ΔP : difference in pressure

L : Length of pipe.

V : velocity through pipe.

D : diameter of pipe.

μ : dynamic viscosity.

ρ : density of Liquid.

K : Roughness height

خطوات الحل :

١- نعد عدد المتغيرات الموجوده فى طرف المعادلة

No. of Variables = 7

٢- نكتب ابعاد المتغيرات الموجوده بالمعادلة بأحد الانظمه المعروفه (M.L.T) ، (F.L.T)

$$(F.L^{-2}) = f\,(L\,,\ L.T^{-1}\,,\ L\,,\ F.T.L^{-2};\ F.L^{-4}T^{2},\ L)$$

٣- نعد عدد الابعاد المتكرره بالمعادله

No. of repeated dimensions = 3

No. of " variables

٤- تحديد عدد العلاقات بين المتغيرات التى سوف يتم استنتاجها

No. of π = No. of variables − repeated dimensions

= 7 − 3 = 4

٥- لتكوين العلاقات بين المتغيرات يتم اختيار عدد من المتغيرات يساوى (repeated dimensions) بحيث يكون أحدها خواص هندسية (geometric) وأحدها خواص كينماتيكية (kinematic) وأحدها خواص ديناميكية (dynamic).

بفرض أنه الاختيار ρ, V, D

٦- نبدأ بتكوين العلاقات كالآتي

$$\Pi_1 = \rho^a \cdot V^b \cdot D^c \cdot \Delta P$$

$$\Pi_2 = \rho^{a'} \cdot V^b \cdot D^c \cdot L$$

$$\Pi_3 = \rho^a \cdot V^b \cdot D^c \cdot \mu$$

$$\Pi_4 = \rho^a \cdot V^b \cdot D^c \cdot K$$

٧- لإيجاد قيم الأسس a، b، c يتم حل المعادلات كالآتي مع الأخذ في الاعتبار أن المعادلة متجانسة (homogenous equation)

$$F^{0}.L^{0}.T^{0} = (F.L^{-4}.T^{2})^{a}.(L.T^{-1})^{b}.(L)^{c}.(F.L^{-2})$$

ويتم مساواة الأسس بمثيلاتها في طرفي المعادلة

F: $0 = a + 1 \Rightarrow \boxed{a = -1}$

T: $0 = +2a - b \Rightarrow 0 = -2 - b$

$\Rightarrow \boxed{b = -2}$

L: $0 = -4a + b + c + 1$

$0 = 4 - 2 + c - 2 \Rightarrow \boxed{c = 0}$

$$\Pi_1 = \rho^{-1} \times V^{-2} \times D^{0} \times \Delta P$$

$$\boxed{\Pi_1 = \frac{\Delta P}{\rho \cdot V^{2}}}$$

وبتكرار الخطوه السابقه نحصل على باقى العلاقات

$$\Pi_2 = \rho^a \cdot V^b \cdot D^c \cdot L$$

$$F^0 \cdot L^0 \cdot T^0 = (F \cdot L^{-4} \cdot T^2)^a \cdot (L \cdot T^{-1})^b \cdot (L)^c \cdot (L)$$

F: $0 = a \Rightarrow \boxed{a = 0}$

T: $0 = 2a - b \Rightarrow \boxed{b = 0}$

L: $0 = -4a + b + c + 1 \Rightarrow \boxed{c = -1}$

$$\Pi_2 = \rho^0 \cdot V^0 \cdot D^{-1} \times L$$

$$\boxed{\Pi_2 = \frac{L}{D}}$$

$$\Pi_3 = \rho^a \cdot V^b \cdot D^c \cdot \mu$$

$$F^0 \cdot L^0 \cdot T^0 = (F \cdot L^{-4} \cdot T^2)^a \cdot (L \cdot T^{-1})^b \cdot (L)^c \cdot (F \cdot L^{-2} \cdot T)$$

F: $0 = a + 1 \Rightarrow \boxed{a = -1}$

$T: \quad 0 = 2a - b + 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{b = -1}$

$L: \quad 0 = -4a + b + c - 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{c = -1}$

$$\pi_3 = \rho^{-1} \cdot V^{-1} \cdot D^{-1} \cdot \mu$$

$$\boxed{\pi_3 = \frac{\mu}{\rho \cdot V \cdot D}}$$

ملحوظة

عند وجود متغيرات لها نفس الابعاد ينتج لها نفس (π) مثل K ، D ، L لهم نفس الابعاد وبالتالى نجد أن الـ π_4 المتعلقه بـ (K)

$$\pi_4 = \rho^a \cdot V^b \cdot D^c \cdot K$$

سيؤدى حلها إلى $a=0$ ، $b=0$ ، $c=-1$ مثل (L) وبالتالى نجد أن

$$\pi_4 = \rho^0 \cdot V^0 \cdot D^{-1} \cdot K$$

$$\boxed{\pi_4 = \frac{K}{D}}$$

٨- تجميع المتغيرات فى صورة نهائية

$$\frac{\Delta P}{\rho \cdot V^2} = f\left(\frac{L}{D}, \frac{\mu}{\rho \cdot V \cdot D}, \frac{k}{D}\right)$$

$$\therefore \Delta P = \rho \cdot V^2 * f\left(\frac{L}{D}, \frac{\mu}{\rho \cdot V \cdot D}, \frac{k}{D}\right)$$

Ex.(1)

$$\tau = \rho \cdot V^2 * f\left(\frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu}\right)$$

Ex (2)

$$R_n = \frac{V \cdot y}{\nu}$$